

**RETURNING TO THE AIRPORT AFTER A DRIVE FAILURE
DURING THE TAKE-OFF – MATHEMATICAL ANALYSIS
POWRÓT NA LOTNISKO PO AWARII NAPĘDU PODCZAS
STARTU - ANALIZA MATEMATYCZNA**

Henryk JAFERNIK
Tomasz BALCERZAK
Jakub KUBICKI

ABSTRACT: The growing number of aircrafts used at different airports, which frequently lack friendly surroundings, prompts to make analysis of the possibilities of an aircraft which experienced a technical failure after the take-off going back to the airport. It is necessary to identify the weather conditions which enable this possibility. The authors have made such an analysis for the Cessna 172 aircraft. Identifying these conditions allows a similar analysis of other types of aircrafts and airports, especially for light aviation.

STRESZCZENIE: Rosnąca ilość eksploatowanych statków powietrznych na różnych lotniskach niejednokrotnie pozbawionych przyjaznego otoczenia skłania do dokonania analizy możliwości powrotu na lotnisko samolotu który uległ awarii po starcie. Należy zatem określić warunki progowe przy których istnieje taka możliwość. Autorzy dokonali takiej analizy dla samolotu Cessna 172. Określenie takich warunków uprawnia do podobnej analizy innych typów statków powietrznych i lotnisk, a w szczególności lotnictwa lekkiego

KEY WORDS: engine failure, safety, turn, boundary parameters

SŁOWA KLUCZOWE: awaria silnika, bezpieczeństwo, zakręt, parametry graniczne

Introduction

The growing popularity of light single-engine aircrafts, caused by the development of the private sector (for example in Eastern Europe, the Arabian Gulf or China) where aircrafts are used for sport and tourism or for commercial transport of people and goods (also in IFR conditions and at night), generates the possibility of drive failure after the take-off. Such situations are extremely dangerous because of the lack of height and consequently lack of time to react and act to minimize the consequences of an emergency landing. Failures of this type very often lead to fatalities.

Depending on the moment when the failure happens, the pilot has the possibility to perform many manoeuvres. If it happens shortly after the take-off, the only option is a straight line landing on the remaining runway. As the height where the engines lose their power is growing, the situation is changing: in the beginning, what remains is the straight line landing with small adjustments in trajectory in order to avoid the most dangerous obstacles; what is possible later is sharper and sharper turns in order to choose the most favourable place for the touchdown, including returning to the airport. For a pilot who has gained a certain height the return option seems extremely tempting, especially when the area surrounding the airport does not facilitate the landing. Thanks to returning to the runway from which the aircraft took off, the further construction damage would be limited as would be the risk of body injuries, for example resulting from a nose-over.

However, this kind of manoeuvring a plane without a trust in the proximity of the ground and at a low speed leads to the danger of losing control over the

aircraft and going into a spin. When deciding about a landing with reversal procedure, it is necessary to take into consideration many factors. In the Anglo-Saxon literature this kind of a manoeuvre is called an 'impossible turn' and is usually advised against, although in practice there is still a conviction that having reached a 'safe' height (depending on the type of a plane) reversing the plane and returning to the airport can be attempted. Is this conviction a correct one, and if it is, then to what extent?

Wstęp

Rosnąca popularność lekkich jednosilnikowych statków powietrznych, spowodowana rozwojem (np. w Europie wschodniej, Zatoce Arabskiej, czy Chinach) sektora prywatnego, wykorzystującego samoloty w celach sportowych, turystycznych, czy też do komercyjnego przewozu osób i towarów (w tym także w warunkach IFR i w nocy), generuje możliwość awarii napędu po starcie. Sytuacja taka jest wyjątkowo krytyczna ze względu na deficyt wysokości, a więc także czasu na działanie prowadzące do minimalizacji skutków lądowania awaryjnego. Tego typu awarie bardzo często skutkują ofiarami śmiertelnymi.

W zależności od momentu, w którym awaria następuje, pilot ma możliwość wykonania wiele manewrów. Jeżeli ma to miejsce krótko po starcie, jedyną opcją jest lądowanie na wprost, na pozostałej długości pasa. Ze wzrostem wysokości na jakiej dochodzi do utraty mocy silników sytuacja się zmienia: Początkowo pozostaje lądowanie na wprost z niewielkimi zmianami kursowymi w celu uniknięcia najgroźniejszych przeszkód, później w grę mogą wejść coraz głębsze zakręty, aby wybrać najkorzystniejsze miejsce przyziemienia, z nawrotem w stronę lotniska włącznie. Dla pilota mającego pewien zapas wysokości opcja z zakrętem w celu powrotu na lotnisko wydaje się szczególnie kusząca, szczególnie kiedy teren otaczający lotnisko nie sprzyja lądowaniu. Dzięki powrotowi na pas, z którego nastąpił start, ograniczyłoby się dalsze uszkodzenia konstrukcji i ryzyko obrażeń ciała, np. w skutek kapotażu.

Jednak tego rodzaju manewrowanie samolotem pozbawionym siły ciągu w bliskości ziemi i z małą prędkością pociąga za sobą zagrożenie utraty kontroli nad sterami i wejście w korkociąg. przy podejmowaniu decyzji o lądowaniu z nawrotem należy rozważyć szereg uwarunkowań. W literaturze anglosaskiej manewr taki zyskał miano „zakrętu niemożliwego” (ang. *impossible turn*) i jest on przeważnie odradzany, niemniej jednak w praktyce wciąż występuje pogląd, mówiący, że od pewnej „bezpiecznej” wysokości (zależnej od typu samolotu), zakrętu w stronę lotniska można próbować. Czy jest to słuszne założenie, a jeśli tak to w jakim stopniu?

Utrata wysokości w zakręcie

Niewątpliwie jednym z kluczowych elementów całego manewru powrotu na lotnisko, jest zakręt w locie ślizgowym po awarii, wykonywany w celu ustawienia się w kierunku pasa, z którego nastąpił odlot. W celu określenia wysokości zapewniającej bezpieczny powrót samolotu po awarii silnika na lotnisko, z którego nastąpił start, w pierwszej kolejności należy określić w jaki sposób zakręt powinien być wykonany, aby zapewnić możliwie małą utratę wysokości w jego trakcie.

Podążając za wywodem Brenta W. Jetta¹, rozważono prosty bilans energetyczny w czasie zakrętu bez ciągu silnika. Statek powietrzny przemienia swoją energię potencjalną, wyrażaną przez wysokość, na pracę potrzebną do pokonania siły oporu i utrzymanie prędkości lotu. Większe przechylenie skutkuje zwiększonym opadaniem, jednak pozwala na zachowanie małego promienia. Tylko jedna kombinacja parametrów zakrętu skutkuje optymalnym wyprowadzeniem samolotu na nowy kurs. Punktem wyjścia do ich określenia będą siły działające na samolot w locie i określenie promienia zakrętu.

Siłę nośną w zakręcie z przechyleniem φ obliczamy z zależności:

$$P_{z_1} = P_z \cdot \cos\varphi = S \cdot c_z \cdot \frac{\rho v^2}{2} \cdot \cos\varphi = Q$$

Natomiast promień zakrętu R z zależności:

$$R = \frac{v^2}{g \cdot \operatorname{tg}\varphi}$$

Minimalizacja promienia zakrętu pozwala na utrzymanie samolotu blisko lotniska/końca pasa, a zatem pozwala na ograniczenie odległości lotu ślizgowego po ukończeniu zakrętu. Czas wymagany do wykonania zakrętu o kąt α oraz prędkość kątowna w zakręcie ustalamy z zależności:

$$t = \frac{\alpha}{\omega}$$

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{v}{R} = \frac{\alpha}{t}$$

Energia potencjalna wysokości utraconej w zakręcie zostaje spożytkowana na pracę potrzebną do przewyciężenia siły oporu aerodynamicznego:

$$E_p = W$$

$$Q \cdot h = P_x \cdot v \cdot t$$

Stąd utrata wysokości h :

$$h = \frac{P_x \cdot v \cdot t}{Q}$$

$$\frac{v}{R} = \frac{\alpha}{t}$$

$$t = \frac{\alpha \cdot R}{v} = \frac{\alpha \cdot v^2}{\varphi \cdot g \cdot \operatorname{tg}\varphi}$$

Podstawiając czas t do wzoru na utraconą wysokość h :

$$h = \frac{P_x}{Q} \cdot v^2 \cdot \frac{\alpha}{g \cdot \operatorname{tg}\varphi}$$

Jako, że siła oporu P_x jest wprost proporcjonalna do współczynnika oporu c_x :

$$P_x \sim c_x$$

Równanie na utratę wysokości można więc zapisać w postaci:

¹ http://www.nar-associates.com/technical-flying/jett/jett_wide_screen.pdf (dostęp: 24.08.2019).

$$h = \frac{c_x}{c_z \cdot \cos\varphi} \cdot \frac{2Q}{S \cdot c_z \cdot \rho \cdot \cos\varphi} \cdot \frac{\alpha}{g \cdot \operatorname{tg}\varphi}$$

$$h = \frac{c_x}{c_z^2} \cdot \frac{2Q}{S \cdot \rho \cdot g} \cdot \frac{1}{\cos^2\varphi \cdot \operatorname{tg}\varphi} \cdot \alpha$$

Z własności trygonometrycznej:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

otrzymuje się:

$$h = \frac{c_x}{c_z^2} \cdot \frac{2Q}{S \cdot \rho \cdot g} \cdot \frac{\cos\varphi}{\cos^2\varphi \cdot \sin\varphi} \cdot \alpha$$

Po przemnożeniu prawej strony równania przez 2/2 będzie można zastosować następującą funkcję trygonometryczną kąta podwojonego:

$$2\sin\varphi\cos\varphi = \sin 2\varphi$$

Otrzymana ostateczna postać równania:

$$h = \frac{c_x}{c_z^2} \cdot \frac{4Q}{S \cdot \rho \cdot g} \cdot \frac{1}{\sin 2\varphi} \cdot \alpha$$

Analiza powyższego równania prowadzi do następujących wniosków:

- wysokość tracona w zakręcie jest tym mniejsza im większa jest doskonałość aerodynamiczna; im mniejszy jest kąt α o jaki wykonywany jest zakręt; oraz im mniejsza jest masa samolotu. Na te wielkości pilot w czasie lotu nie ma wpływu (zakładamy, że wartość kąta α podyktowana jest koniecznością powrotu na kierunek pasa startowego);

- pilot kontrolować może jedynie c_z (poprzez zmianę kąta natarcia w wyniku dostosowywania prędkości lotu) oraz przechylenie φ poprzez wychylenie lotek;

- najmniejsza utrata wysokości w zakręcie nastąpi dla: (1) maksymalnego współczynnika siły nośnej $C_{z \max}$ (krytyczny kąt natarcia i odpowiadająca mu minimalnej prędkości lotu v_s , czyli prędkości przeciągnięcia dla danego przechylenia. Dla potwierdzenia słuszności rozważań dokonano analizy manewru dla samolotu Cessna 172S. Przyjęto następujące założenia i uproszczenia modelu:

- warunki atmosfery wzorcowej na poziomie morza dla całego manewru;
- przyspieszenie ziemskie stałe o wartości $9,81 \text{ m/s}^2$;
- natychmiastowe wprowadzenie w zakręt z przechyleniem 45° i natychmiastowe wyprowadzenie do lotu poziomego po zakończeniu zakrętu;
- pilot precyzyjnie utrzymujący parametry w zakręcie (ustalony stan lotu);
- zakręt wykonywany o 225° , zgodnie z zaleceniami² dla tego typu manewru;

Dane samolotu wzięto z instrukcji (po przeliczeniu jednostek na układ SI):

- masa całkowita: $m = 1157 \text{ kg}$
- prędkość przeciągnięcia: $v_s = 27,3 \text{ m/s}$

² Rogers D.F., The Possible 'Impossible' Turn, „AIAA Journal of Aircraft”, 1995, nr 32, s. 395.

- prędkość przeciągnięcia w zakręcie z przechyleniem φ : $v_{Szak} = 32,4$ m/s
- doskonałość aerodynamiczna: $d = 9$

Instrukcja użytkownika w locie podaje prędkość przeciągnięcia v_{Szak} dla $\varphi = 45^\circ$ wynoszące 32,4 m/s. W celu dodatkowej weryfikacji tej wartości można pomnożyć prędkość przeciągnięcia V_S przez pierwiastek z odwrotności $\cos \varphi$:

$$v_{S\ zak} = v_S \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos\varphi}}$$

$$v_{S\ zak} = 27,3 \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos 45^\circ}} = 32,5 \text{ [m/s]}$$

Nieznaczna różnica pomiędzy wartością policzoną, a odczytaną z instrukcji sugeruje, że są to wartości poprawnie określone. Względy bezpieczeństwa nakazują przyjęcie wartości większej.

Tak określona prędkość, skutkować będzie minimalną utratą wysokości i optymalnie przeprowadzonym manewrem powrotu do lotniska. Jednakże utrzymywanie prędkości przeciągnięcia przy tak znacznym przechyleniu i w znacznej bliskości ziemi, jest niedopuszczalne z powodu ryzyka wejścia w niezamierzony korkociąg. Z tego powodu konieczne jest przyjęcie odpowiedniego marginesu bezpieczeństwa, poprzez zwiększenie prędkość w zakręcie o co najmniej 10%.

$$v = 1.1 v_{S\ zak} = 35,75 \text{ [m/s]}$$

W efekcie pilot posiadać będzie możliwość korekcji pewnych odchyłek od zadanych parametrów lotu, bez ryzyka natychmiastowej utraty kontroli lotu i wejścia w korkociąg.

Utratę wysokości h można obliczyć z równania w jego ostatecznej postaci, pod warunkiem że znamy wartości współczynników c_x i c_z :

$$h = \frac{c_x}{c_z^2} \cdot \frac{4Q}{S \cdot \rho \cdot g} \cdot \frac{1}{\sin 2\varphi} \cdot \alpha$$

Nie dysponując nimi, wygodniej będzie skorzystać z postaci wcześniejszej:

$$h = \frac{P_x}{Q} \cdot v^2 \cdot \frac{\alpha}{g \cdot \tan \varphi}$$

Jedyną brakującą w tym momencie wielkością jest wartość siły oporu aerodynamicznego. Można ją jednak obliczyć wykorzystując doskonałość aerodynamiczną z instrukcji samolotu:

$$d = \frac{Q}{P_x} = 9$$

Jednakże doskonałość ta odnosi się do lotu ze skrzydłami w poziomie. W przypadku przechylenia w zakręcie doskonałość zmniejszy się. Dzieje się tak ponieważ opór w zakręcie jest zawsze większy od oporu w locie na tym samym kącie natarcia albo przy tej samej prędkości po prostej. Wynika to bądź z potrzeby zwiększenia kąta natarcia dla uzyskania tej samej składowej pionowej siły nośnej, bądź ze zwiększenia prędkości przy tym samym kącie natarcia o wartość równą pierwiastkowi kwadratowemu z odwrotności $\cos \varphi$:

$$v_{S\ zak} = v_S \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos\varphi}}$$

Skoro zaś siła oporu jest wprost proporcjonalna do kwadratu prędkości, wzrośnie ona w stosunku:

$$\left(\sqrt{\frac{1}{\cos\varphi}}\right)^2 = \frac{1}{\cos\varphi}$$

Natomiast doskonałość w zakręcie zmaleje:

$$d_{zak} = d \cdot \cos\varphi = \frac{Q}{P_x}$$

W wyniku przekształcenia otrzymujemy szukany opór:

$$P_x = \frac{Q}{d \cdot \cos\varphi} = \frac{m \cdot g}{d \cdot \cos\varphi}$$

Stąd:

$$h = \frac{1}{d \cdot \cos\varphi} \cdot v^2 \cdot \frac{\alpha}{g \cdot \operatorname{tg}\varphi}$$

Przyjmując konieczność wykonania zakrętu o 225° to w mierze łukowej:

$$\frac{225^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{5}{4}\pi$$

Po podstawieniu danych otrzymana utrata wysokości to:

$$h = \frac{1}{9 \cos 45^\circ} \cdot 35,75^2 \cdot \frac{1}{9,81 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ} \cdot \frac{5}{4}\pi \approx \mathbf{81 [m]} \quad (\mathbf{266 \text{ stóp}})$$

Można skorzystać również z alternatywnych sposobów liczenia utraty wysokości w zakręcie, wykorzystując posiadane informacje:

– 1. Wysokość utracona w locie ślizgowym na danym dystansie:

Jak wynika z definicji (podobieństwo trójkątów), doskonałość aerodynamiczna mówi, ile jednostek odległości przeleci obiekt nią scharakteryzowany, z jednej jednostki wysokości.

$$L = d \cdot h$$

$$h = \frac{L}{d}$$

Dystansem w tym przypadku będzie długość łuku wykonywanego zakrętu:

$$L = \alpha R = \alpha \cdot \frac{v^2}{g \cdot \operatorname{tg}\varphi}$$

$$h = \alpha \cdot \frac{v^2}{g \cdot \operatorname{tg}\varphi} \cdot \frac{1}{d_{zak}} = \frac{5}{4}\pi \cdot \frac{35,75^2}{9,81 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ} \cdot \frac{1}{9 \cos 45^\circ} \approx 81 [m] \quad (\mathbf{266 \text{ stóp}})$$

– 2. Wysokość utracona w czasie potrzebnym na pokonanie zakrętu:

Znajomość doskonałości pozwala na jeszcze jedną kombinację – określenie prędkości pionowej opadania samolotu i czasu potrzebnego na zakręt o zadany kąt

Opadanie jest równe:

$$w = \frac{v}{d}$$

Czas wykonania zakrętu liczy się z zależności prędkości kątowych:

$$\frac{v}{R} = \frac{\alpha}{t}$$

$$t = \frac{\alpha R}{v} = \frac{\alpha \cdot \frac{v^2}{g \cdot \operatorname{tg} \varphi}}{v}$$

Z kolei utrata wysokości wynika z podstawowych wzorów kinematyki, a wtedy:

$$h = w \cdot t = \frac{v}{d_{zak}} \cdot \frac{\alpha \cdot \frac{v^2}{g \cdot \operatorname{tg} \varphi}}{V} = \frac{35,75}{9 \cos 45^\circ} \cdot \frac{\frac{5}{4} \pi \cdot \frac{35,75^2}{9,81 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}}{35,75} \approx 81 \text{ [m]} \quad (266 \text{ stóp})$$

Brak różnic w wynikach pozwala uznać rezultat za wiarygodne, pamiętając o przyjętych uproszczeniach modelu. Bezpieczne wykonanie manewru wymaga przyjęcia swoistego rodzaju współczynnika bezpieczeństwa w postaci dodatkowej wartości utraty wysokości.

Ta dodatkowa utrata wysokości zostanie wyrażona w postaci błędu maksymalnego bezwzględnego, liczonego metodą pochodnych cząstkowych dla zmiennych φ oraz v :

$$|\Delta h| \leq \left| \frac{\partial h}{\partial \varphi} \right| \cdot \Delta \varphi + \left| \frac{\partial h}{\partial v} \right| \cdot \Delta v$$

Przyjmuje się, że pilot będzie utrzymywał przechylenie φ i prędkość v w następujących granicach:

$$\Delta \varphi = \pm 5^\circ = 0,08727 \text{ rad}$$

$$\Delta v = \pm 2,5 \text{ m/s}$$

Dodatkowa utrata wysokości wynikający z utrzymywania kąta przechylenia w granicach od 5° od 45° osiągnie wartość:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial h}{\partial \varphi} \right| \cdot \Delta \varphi &= \left| \frac{1}{\cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi} \cdot \frac{\alpha \cdot v^2}{d \cdot g} \cdot \frac{d}{d\varphi} \right| \cdot \Delta \varphi = \left| \frac{\alpha \cdot v^2}{d \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\sin \varphi} \cdot \frac{d}{d\varphi} \right) \right| \cdot \Delta \varphi = \\ &= \left| \frac{\alpha \cdot V^2}{d \cdot g} \cdot (-\sin \varphi)^{-2} \cdot \cos \varphi \right| \cdot \Delta \varphi = \left| \frac{\alpha \cdot V^2}{d \cdot g} \cdot \left(-\frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} \right) \right| \cdot \Delta \varphi \end{aligned}$$

$$\left| \frac{\frac{5}{4} \pi \cdot 35,75^2}{9 \cdot 9,81} \cdot \left(-\frac{\cos 45^\circ}{\sin^2 45^\circ} \right) \right| \cdot 0,08727 \approx 7,5 \text{ [m]} \quad (25 \text{ stóp})$$

Dodatkowa utrata wysokości wynikający z utrzymywania prędkości różnej o 2,5 m/s od 35,75 m/s osiągnie wartość:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial h}{\partial v} \right| \cdot \Delta v &= \left| \frac{1}{\cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi} \cdot \frac{\alpha \cdot v^2}{d \cdot g} \cdot \frac{d}{dv} \right| \cdot \Delta v = \left| \frac{\alpha}{d \cdot g \cdot \sin \varphi} \cdot v^2 \cdot \frac{d}{dv} \right| \cdot \Delta v = \\ &= \left| \frac{\alpha}{d \cdot g \cdot \sin \varphi} \cdot 2v \right| \cdot \Delta v \end{aligned}$$

$$\left| \frac{\frac{5}{4} \pi}{9 \cdot 9,81 \cdot \sin 45^\circ} \cdot 2 \cdot 35,75 \right| \cdot 2,5 \approx 11,5 \text{ [m]} \quad (38 \text{ stopy})$$

Uwzględnienie czasu reakcji pilota na utratę mocy przez silnik można przeprowadzić za pomocą określenia przyrostu przebytej drogi ΔL w trakcie zakrętu oraz wykorzystując doskonałość samolotu:

$$\Delta L = \Delta h_t \cdot d$$

$$\Delta h_t = \frac{\Delta L}{d}$$

Przyrost drogi ΔL to droga przebyta w czasie reakcji pilota t . Jeśli przyjąć, że $t = 3$ s, a prędkość lotu jest równa $v = 35,75$ m/s, to:

$$\Delta L = t \cdot v$$

$$\Delta h_t = \frac{t \cdot v}{d} = \frac{107,25}{9} \approx 12 \text{ [m]} \text{ (39 stóp)}$$

Całkowity dodatek do traconej w zakręcie wysokości będzie równy :

$$\Delta h = 7,5 + 11,5 + 12 = 31 \text{ [m]} \text{ (102 stopy)}$$

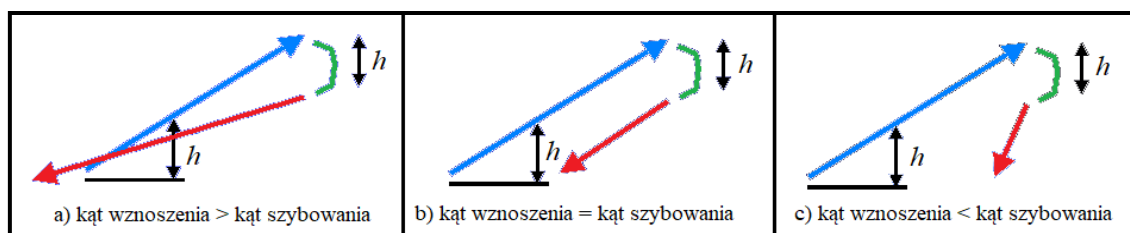
Jest to wzrost utraty wysokości o przeszło 38% większy od utraty w czasie idealnego zakrętu. Sumarycznie, wysokość utracona wraz z założonym progmem bezpieczeństwa w zakręcie przyjmie wartość:

$$h = 81 + 31 = 112 \text{ [m]} \text{ (368 stóp)}$$

Utrata dodatkowych 31 metrów wysokości odpowiada przebytej w czasie dolotu do lotniska lotem szybowym odległości poziomej około 280 metrów (w warunkach bezwietrznych), co stanowi na tyle dużą wartość, że mogłaby zdecydować o powodzeniu manewru lub kraksie. Stąd widać jak niezmiernie dużą rolę odgrywa precyzja pilotażu i ściśle utrzymywanie zalecanych parametrów oraz szybkie podejmowanie decyzji o rozpoczęciu zakrętu.

2. Wyznaczenie bezpiecznej wysokości manewru

Oczywistym jest, że w zależności od osiągow samolotu i innych czynników zewnętrznych nachylenie toru lotu w fazach wznoszenia i dolotu będzie zmienne. Zmieniać się będą dla każdego samolotu i każdych warunków atmosferycznych kąt wznoszenia i kąt lotu ślizgowego, a jeśli tak to możliwe są trzy charakterystyczne sytuacje wynikające z ich wzajemnego stosunku, przedstawiono je na rys. 1.



Rys. 1 Możliwości powrotu w zależności od stosunku kąta wznoszenia do kąta opadania. Źródło: *Turnback Seminar* Eda Williamsa: https://edwilliams.org/turnback_seminar_Oct_2008.pdf

Posługując się takim graficznym uproszczeniem Eda Williams zaproponował regułę szybkiej oceny przed lotem, czy manewr będzie bezpieczny. Według niej, jeśli wysokość nad końcem pasa jest co najmniej równa wysokości h traconej w zakręcie do pasa oraz kąt wznoszenia jest większy niż kąt lotu ślizgowego w

czasie dolotu po zakręcie – innymi słowy: gdy tor lotu wznoszącego przebiega nad torem lotu ślizgowego. W sytuacji niekorzystnego stosunku obu kątów (słabe wznoszenie i mała doskonałość aerodynamiczna), wysokość nad progiem byłaby dużo wyższa od traconej w zakręcie. Nasuwa się wniosek, że w pewnym zakresie manewr byłby wykonalny. Ograniczałaby go konieczność posiadania z jednej strony zapasu wysokości na wykonanie zakrętu i powrót nad pas po jego zakończeniu, a z drugiej strony odległość od lotniska rosnąca w tempie tak szybkim, że jednoczesny przyrost wysokości nie zapewnia zapasu na dolot. W związku z tym powrót na lotnisko jest możliwy od pewnej wysokości minimalnej H_{min} do pewnej wysokości maksymalnej H_{max} , której osiągnięcie przez samolot w czasie wznoszenia wiąże się z taką odległością od pasa, przy której pas znajdzie się już po zasięgu dolotu. Nie wykluczona jest też sytuacja odwrotna – brak zapasu nad progiem lecz dobre osiągi pozwalające na uzyskanie tego zapasu.

Wprowadzając szereg uproszczeń możliwe jest stworzenie miarodajnego algorytmu, służącego do określania bezpiecznych wysokości, przy których powodzenie manewru jest zapewnione, opierającego się na danych dostępnych jedynie w instrukcji użytkownika w locie dowolnego samolotu! Poniżej przedstawiona została taka analiza dla samolotu Cessna 172SP. Zakłada się, że:

- masa startowa jest równa maksymalnej masie startowej i jest stała (pominięcie zużycia paliwa w czasie startu), skrajne przednie położenie środka ciężkości;

- ciśnienie atmosferyczne, temperatura i gęstość powietrza są stałe z wysokością, nie zmieniają się do wysokości awarii silnika;

- lotnisko znajduje się na poziomie morze, a warunki odpowiadają atmosferze standardowej ISA;

- start wykonywany techniką startu z krótkiego pasa, jak opisano w IUwL;

- następuje natychmiastowe przejście do wznoszenia z prędkością „największej prędkości wznoszenia” v_y (największe zabezpieczenie manewru zapewni stosowanie prędkości v_x – dającej największy gradient wznoszenia, jednak w normalnych operacjach lotniczych, gdy nie ma konieczności ominięcia bliskich przeszkód na drodze odlotu, powszechnie stosuje się prędkość v_y ze względu na lepsze chłodzenie silnika, lepszą widoczność do przodu ponad maską oraz mniejszy czas potrzebny na osiągnięcie wysokości przelotowej);

- 3 sekundowy czas reakcji pilota na awarię i natychmiastowe przejście do ustalonych parametrów zakrętu;

- natychmiastowe przejście do lotu z prędkością optymalną szybowania v_{opt} po wyprowadzeniu z zakrętu;

- parametry zakrętu to: przechylenie $\varphi = 45^\circ$, prędkość $v = 1,1 v_{s(zak)}$, czyli 110% prędkości przeciągnięcia w zakręcie (z równań sił w zakręcie i bilansu energetycznego wynika, że najmniejszą utratę wysokości w zakręcie zapewni przechylenie 45° i prędkość dla maksymalnego współczynnika siły nośnej c_z , a zatem prędkość przeciągnięcia). Parametry utrzymywane z dokładnością $\pm 5^\circ$ przechylenia i $\pm 2,5$ m/s prędkości.

- zakręt jest wykonywany ze zmianą kursu o około 225° bez względu na odległość od lotniska, a odcinek dolotu pod kątem $\beta = 45^\circ$ do kierunku pasa;

- pominięcie wpływu płytkiego zakrętu wykonywanego tuż przed pasem (w celu zrównania się z jego osią i lądowania równoległe) na obliczenia;

- brak wpływu wiatru;

- prędkość v_{opt} utrzymywana aż do przyziemienia (w rzeczywistość pozostanie zapas energii kinetycznej na wyrównanie i wytrzymanie);

– *tangens* niewielkich kątów jest równy ich *sinusowi*.

Kończącą postać matematyczną warunków bezpiecznego powrotu na lotnisko po awarii, wynikającą z zależności geometrycznych i podstawowych zasad mechaniki lotu, jest układ trzech nierówności liniowych (1).

$$\begin{cases} x_1 \cdot \frac{w}{v_y} + 15 \geq H \\ \frac{\sqrt{2} \cdot [x_1 - (l - x_0)]}{d} + h \leq H \\ h_1 = h + \frac{2R}{\sin 45^\circ} - \frac{1}{4} \pi \cdot R \leq H \end{cases} \quad (1)$$

Warunek 1 wysokość uzyskana w czasie wznoszenia po starcie zanim silnik ulegnie awarii musi być większa lub równa wysokości H , zapewniającej powrót;

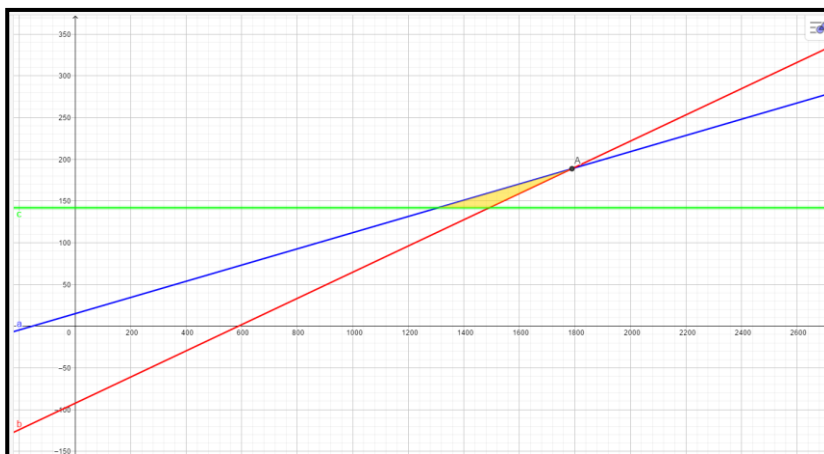
Warunek 2 wysokość tracona na zakręt i dołot do pasa po tym jak silnik ulegnie awarii musi być mniejsza lub równa wysokości H , zapewniającej powrót;

Warunek 3 wysokość osiągnięta przez startujący samolot nad progiem pasa nie może być mniejsza niż wysokość tracona w zakręcie i w dolicie na odcinku x_2 , aby powrócić nad pas, czyli wysokości h_1 traconej w całym manewrze w najkorzystniejszej sytuacji (w przypadku awarii jeszcze nad pasem lub tuż za nim).

W przedstawionych zależnościach H oraz x_1 są wielkościami niewiadomymi. Wszystkie pozostałe wielkości to dane wejściowe. Z pośród nich wznoszenie w [m/s], prędkość lotu wznoszącego v_y [m/s], długość startu x_0 i doskonałość aerodynamiczna d pochodzą z instrukcji użytkownika w locie. Długość pasa l jest znana pilotowi. Wysokość traconą w zakręcie h ze zmianą kursową o kąt $\alpha = 225^\circ$ [w rad] określamy z zależności: $h = \frac{1}{d \cdot \cos \varphi} \cdot v^2 \cdot \frac{\alpha}{g \cdot \tan \varphi}$, natomiast promień zakrętu:

$$R = \frac{v^2}{g \cdot \tan \varphi}.$$

Dla samolotu Cessna 172, dla którego wykonane zostały wszystkie te obliczenia, te wartości to: $w = 3,7$ m/s; $v_y = 38,1$ m/s; $x_0 \approx 500$ m; $d \approx 9$; $h = 112$ m (z uwzględnieniem niedokładności utrzymywania parametrów w zakręcie i 3-sekundowego czasu reakcji); $R = 130,3$ m. Rozwiązaniem układu nierówności będzie obszar wspólny pomiędzy funkcjami na wykresie opracowanym za pomocy programu matematycznego, np. GeoGebra 6. Wynik graficzny dla pasa o długości $l = 1750$ m przedstawia rysunek 2.



Rys. 2 Rozwiązanie układu – zakres wysokości bezpiecznej H jako rzut obszaru wspólnego na oś pionową. Źródło własne przy użyciu programu GeoGebora Classic 6

Wykres ten w układzie: oś pionowa wysokość H nad poziom lotniska, a oś pozioma odległości x_1 . Funkcja a odzwierciedla wznoszenie samolotu (kął wznoszenia); funkcja b odzwierciedla szybowanie samolotu po awarii (kął szybowania odchylony 45° do kierunku profilu – $\cos 45^\circ \gamma_2$); funkcja c reprezentuje wysokość h_1 .

Zakresem wysokości H , dla których manewr będzie bezpieczny, to przedział wysokości: H_{min} 142 m ÷ H_{max} 175 m. Na rzeczywisty przebieg manewru dużą wpływ będą odgrywały warunki meteorologiczne, w tym głównie kierunek i siła wiatru. Uproszczony model jego oddziaływania zakładałby, że ma on następujące konsekwencje: wiatr czołowy w czasie startu skraca rozbieg, zwiększa kął wznoszenia, zmniejsza odległość od pasa w czasie zakrętu i zmniejsza kął szybowania (wiatr tylny – przeciwnie); wiatr boczny zmniejsza odległość do progu pasa po zakończonym zakręcie w wyniku nanoszenia na linię drogi dolotu (przy wykonywaniu zakrętu pod wiatr, zgodnie ze sztuką pilotażu w takiej sytuacji) Przyjmuje się, że pilot w czasie startu stosuje poprawki kursowe, które zapewniają trajektorię lotu zgodną z przyjętą geometrią. Uwzględnienie jego wpływu, zarówno składowej podłużnej, jak i bocznej, może polegać na prostym sumowaniu wektorów. Finalnie układ nierówności przybierze postać (2), gdzie u jest składową podłużną wiatru w m/s, a u_x składową boczną. W zależności od tego czy panuje wiatr czołowy czy tylny argumenty poprzedzone symbolem „±” dodaje się lub odejmuje.

$$\begin{cases} x_1 \cdot \frac{w}{v_y \pm u} + 15 \geq H \\ \left\{ \sqrt{2}[(x_1 \pm 14,5 \cdot u) - (l - x_0)] \cdot \frac{14,5 \cdot u_x}{\sin 45^\circ} \right\} \cdot \frac{\frac{v_{opt}}{d}}{v_{opt} \pm u(\cdot \cos 45^\circ)^*} + h \leq H \\ h_1 = h + \left(\frac{2R - 14,5 \cdot u_x}{\sin 45^\circ} - \frac{1}{4} \pi \cdot R \right) \cdot \frac{\frac{v_{opt}}{d}}{v_{opt} + u_x \cdot \sin 45^\circ \pm u \cdot \cos 45^\circ} \leq H \end{cases} \quad (2)$$

* Niestosowane przy wietrze tylnym w czasie startu dla dodatkowego zabezpieczenia.

Rozwiązanie tych zależności pozwala na zestawienie w tabeli wysokości minimalnych i maksymalnych dla manewru w zależności od składowej podłużnej wiatru dla różnych długości pasa startowego. Kolejne tabele zawierają zestawienie wysokości minimalnych i maksymalnych dla manewru w zależności od składowej podłużnej i bocznej wiatru dla danej długości pasa.

Tab.1 Wysokości bezpieczne manewru dla wybranych długości pasa i siły wiatru.

Siła wiatru (m/s)*	Długość pasa startowego (m)											
	750		1000		1250		1500		1750		2000	
	H min	H max**	H min	H max	H min	H max	H min	H max	H min	H max	H min	H max
-5	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
-4	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
-3	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	145	155

-2	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	144	178
-1	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	143	148	143	205
0	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	142	175	142	239
1	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	141	197	141	268
2	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	141	144	141	224	141	304
3	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	140	168	140	259	140	350
4	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	140	199	140	306	140	413
5	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	139	243	139	372	139	501
6	n/d	n/d	n/d	n/d	139	148	139	310	139	472	139	634
7	n/d	n/d	n/d	n/d	138	205	138	424	138	643	138	862
8	n/d	n/d	n/d	n/d	138	330	138	666	138	999	138	999
9	n/d	n/d	n/d	n/d	138	730	138	999	138	999	138	999
10	999	∞***	137	∞	137	∞	137	∞	137	∞	137	∞
11	522	∞	137	∞	137	∞	137	∞	137	∞	137	∞
12	271	∞	136	∞	136	∞	136	∞	136	∞	136	∞
13	176	∞	136	∞	136	∞	136	∞	136	∞	136	∞
14	136	∞	136	∞	136	∞	136	∞	136	∞	136	∞
15	135	∞	135	∞	135	∞	135	∞	135	∞	135	∞
16	135	∞	135	∞	135	∞	135	∞	135	∞	135	∞
17	134	∞	134	∞	134	∞	134	∞	134	∞	134	∞
18	134	∞	134	∞	134	∞	134	∞	134	∞	134	∞

* Składowa tylna ze znakiem minus (-); składowa czołowa z dorozumianym znakiem plus (+).

** Wartości H (skończone) równe 1000 lub więcej metrów podane są jako 999.

*** Kiedy kąt wznoszenia jest większy od kąta lotu ślizgowego nie wystąpi H_{max} , stąd oznaczenie „∞”.

Tab. 2 Wysokości bezpieczne manewru przy różnych składowych podłużnej i bocznej wiatru – pas 750 m.

Pas o długości 750 metrów																		
Wiatr r (m/s)	0 XWC*		1 XWC		2 XWC		3 XWC		4 XWC		5 XWC		6 XWC		7 XWC		8 XWC	
	H_{min}	H_{ma_x}	H_{min}	H_{ma_x}	H_{min}	H_{ma_x}	H_{min}	H_{ma_x}	H_{min}	H_{ma_x}	H_{min}	H_{ma_x}	H_{min}	H_{ma_x}	H_{min}	H_{ma_x}	H_{min}	H_{ma_x}
-5	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
-4	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
-3	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
-2	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d

-1	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
0	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
1	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
2	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
3	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
4	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
5	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
6	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
7	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
8	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
9	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
10	99 9	∞	99 9	∞	99 9	∞	99 9	∞	99 9	∞	99 9	∞	99 9	∞	99 9	∞	99 9	∞
11	52 2	∞	49 0	∞	45 8	∞	42 6	∞	39 4	∞	36 2	∞	33 1	∞	29 9	∞	26 7	∞
12	27 1	∞	25 4	∞	23 7	∞	22 0	∞	20 3	∞	18 6	∞	16 9	∞	15 2	∞	13 5	∞
13	17 5	∞	16 4	∞	15 3	∞	14 1	∞	13 0	∞	12 6	∞	12 4	∞	12 2	∞	12 0	∞
14	13 6	∞	13 3	∞	13 1	∞	12 9	∞	12 8	∞	12 6	∞	12 4	∞	12 2	∞	12 0	∞
15	13 5	∞	13 3	∞	13 1	∞	12 9	∞	12 7	∞	12 5	∞	12 4	∞	12 2	∞	12 0	∞
16	13 5	∞	13 3	∞	13 1	∞	12 9	∞	12 7	∞	12 5	∞	12 4	∞	12 2	∞	12 0	∞
17	13 4	∞	13 3	∞	13 1	∞	12 9	∞	12 7	∞	12 5	∞	12 3	∞	12 2	∞	12 0	∞
18	13 4	∞	13 2	∞	13 0	∞	12 8	∞	12 7	∞	12 5	∞	12 3	∞	12 2	∞	12 0	∞

* XWC – składowa boczna wiatru (od ang. *crosswind component*).

Kolor czerwony oznacza te przypadki, dla których manewru nie dałoby się wykonać

Tab. 3 Wysokości bezpieczne manewru przy różnych składowych podłużnej i bocznej wiatru – pas 1500 m.

Pas o długości 1500 metrów																			
Wiatr (m/s)	0 XWC		1 XWC		2 XWC		3 XWC		4 XWC		5 XWC		6 XWC		7 XWC		8 XWC		
	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	
-5	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
-4	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
-3	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d

-2	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
-1	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
0	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	129	130	127	134	124	138	122	141
1	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	134	138	131	143	129	147	126	151	124	155	122	159
2	141	144	138	149	136	153	133	158	131	163	128	167	126	172	124	177	122	181
3	140	168	138	173	135	178	133	183	130	189	128	194	126	199	124	205	122	210
4	140	199	137	205	135	211	132	217	130	224	128	230	126	236	124	242	122	248
5	139	243	137	250	134	258	132	265	130	273	128	280	126	288	123	295	121	303
6	139	310	136	319	134	329	132	338	130	347	127	357	125	366	123	376	121	385
7	138	424	136	436	134	449	131	462	129	474	127	487	125	500	123	512	121	525
8	138	666	136	686	133	705	131	725	129	744	127	764	125	783	123	803	121	822
9	138	999	135	999	133	999	131	999	129	999	127	999	125	999	123	999	121	999
10	137	∞	135	∞	133	∞	131	∞	128	∞	126	∞	125	∞	123	∞	121	∞
11	137	∞	134	∞	132	∞	130	∞	128	∞	126	∞	124	∞	122	∞	121	∞
12	136	∞	134	∞	132	∞	130	∞	128	∞	126	∞	124	∞	122	∞	121	∞
13	136	∞	134	∞	132	∞	130	∞	128	∞	126	∞	124	∞	122	∞	120	∞
14	136	∞	133	∞	131	∞	129	∞	128	∞	126	∞	124	∞	122	∞	120	∞
15	135	∞	133	∞	131	∞	129	∞	127	∞	125	∞	124	∞	122	∞	120	∞
16	135	∞	133	∞	131	∞	129	∞	127	∞	125	∞	124	∞	122	∞	120	∞
17	134	∞	133	∞	131	∞	129	∞	127	∞	125	∞	123	∞	122	∞	120	∞
18	134	∞	132	∞	130	∞	128	∞	127	∞	125	∞	123	∞	122	∞	120	∞

Tab. 4 Wysokości bezpieczne manewru przy różnych składowych podłużnej i bocznej wiatru – pas 2000 m.

Pas o długości 2000 metrów																		
Wiatr (m/s)	0 XWC		1 XWC		2 XWC		3 XWC		4 XWC		5 XWC		6 XWC		7 XWC		8 XWC	
	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}	H _{min}	H _{max}
-5	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	131	131	129	133	126	136	124	138
-4	n/d	n/d	n/d	n/d	140	142	137	144	134	147	131	149	128	152	126	154	123	157
-3	144	155	142	158	139	160	136	163	133	166	130	169	128	171	125	174	123	177
-2	143	178	141	181	138	184	135	187	132	190	130	193	127	196	125	199	123	202
-1	143	205	140	208	137	212	135	215	132	218	129	222	127	225	125	228	123	232
0	142	239	139	243	137	246	134	250	131	254	129	257	127	261	124	265	122	268
1	141	268	139	272	136	276	134	280	131	284	129	288	126	292	124	296	122	300
2	141	304	138	308	136	313	133	318	131	322	128	327	126	331	124	336	122	341

3	140	350	138	356	135	361	133	366	130	371	128	377	126	382	124	387	122	393
4	140	413	137	419	135	425	132	431	130	437	128	444	126	450	124	456	122	462
5	139	501	137	508	134	516	132	523	130	531	128	538	126	546	123	553	121	561
6	139	634	136	644	134	653	132	663	130	672	127	682	125	691	123	700	121	710
7	138	862	136	874	134	887	131	900	129	912	127	925	125	938	123	951	121	963
8	138	999	136	999	133	999	131	999	129	999	127	999	125	999	123	999	121	999
9	138	999	135	999	133	999	131	999	129	999	127	999	125	999	123	999	121	999
10	137	∞	135	∞	133	∞	131	∞	128	∞	126	∞	125	∞	123	∞	121	∞
11	137	∞	134	∞	132	∞	130	∞	128	∞	126	∞	124	∞	122	∞	121	∞
12	136	∞	134	∞	132	∞	130	∞	128	∞	126	∞	124	∞	122	∞	121	∞
13	136	∞	134	∞	132	∞	130	∞	128	∞	126	∞	124	∞	122	∞	120	∞
14	136	∞	133	∞	131	∞	129	∞	128	∞	126	∞	124	∞	122	∞	120	∞
15	135	∞	133	∞	131	∞	129	∞	127	∞	125	∞	124	∞	122	∞	120	∞
16	135	∞	133	∞	131	∞	129	∞	127	∞	125	∞	124	∞	122	∞	120	∞
17	134	∞	133	∞	131	∞	129	∞	127	∞	125	∞	123	∞	122	∞	120	∞
18	134	∞	132	∞	130	∞	128	∞	127	∞	125	∞	123	∞	122	∞	120	∞

Ze względu na charakter liniowy zależności występujących w algorytmie, wszystkie podane w tabelach wartości H_{min} i H_{max} mogą być interpolowane liniowo dla pośrednich prędkości wiatru i długości pasów startowych.

Wiatr czołowy przyczynia się do zwiększenia szans powodzenia manewru, poprzez rozszerzenie zakresu bezpiecznych wysokości H , jednak w przypadku samolotu C172SP dopiero bardzo duża jego prędkość, tj. 10 m/s, powoduje zwiększenie kąta wznoszenia ponad kąt lotu ślizgowego (a właściwie $\cos 45^\circ$ z wartości tego kąta – do lotu odbywa się w płaszczyźnie pionowej odchylonej o ok. 45° od osi pasa), co stanowiło jeden z warunków w metodzie Eda Williama. Widać, że istnieje możliwość bezpiecznego powrotu także w wielu innych przypadkach, ograniczona jednak wysokością maksymalną H_{max} , powyżej której manewr się nie uda. Ponieważ w praktyce operacji lotniczych na małych statkach powietrznych pierwszy po starcie zakręt wykonuje się zwykle na wysokościach w przedziale 150 ÷ 200 metrów nad elewację lotniska, przypadki, w których H_{max} osiąga dużo większe wartości, mogą zostać uznane za zapewniające szanse bezpiecznego lądowania z powrotem na pasie. Z tego samego powodu nie jest istotne, że zastosowany algorytm obliczeń nie uwzględnia wpływu spadku gęstości powietrza wraz z wysokością na osiągi samolotu – w granicach praktycznego wykorzystania obliczeń zjawisko to pozostaje pomijalne. Natomiast gdy to wysokość minimalna H_{min} jest większa niż owe 200 metrów (co może mieć miejsce przy krótkich pasach), manewr będzie w zasadzie niewykonalny. Wpływ wiatru bocznego to głównie poszerzenie zakresu bezpiecznych wysokości poprzez obniżenie H_{min} .

Zwraca uwagę przemożny wpływ długości pasa na możliwość wykonania zakrętu i dolotu do lotniska. Nawet przy niewielkim tylnym wietrze wciąż jest to opcją dla długich pasów, z kolei krótkie pasy praktycznie pozbawiają szans. Z

tego powodu warto zwracać szczególną uwagę podczas oceny bezpieczeństwa na wypadek awarii silnika po starcie na nadmiar pasa jaki pozostaje po oderwaniu się samolotu – czy jest on wystarczający, aby w ogóle móc próbować powrotu na lotnisko, a jeśli tak, to o ile dłuższy od wymaganego. Zdając sobie sprawę jaka jest przeciętna wysokość H_{min} dla danego samolotu (ok. 140 metrów dla C172SP), można w zasadzie sprowadzić regułę służącą do szybkiego określenia możliwości powrotu do wykorzystania następującego wzoru (3), gdzie z to wymagany nadmiar pasa ponad długość startu nad bramkę 15 m:

$$z = \frac{h + x_2 \cdot \frac{v_{opt}}{d} \cdot \frac{v_{opt}}{v_{opt} \pm u(\cdot \cos 45^\circ)} - 15}{\frac{w}{v_y \pm u}} - \sin 45^\circ \cdot x_2 \pm 14.5 \cdot u \quad (3)$$

Wymagana długość pasa to suma długości startu x_0 i nadmiaru z . Tabela 5 przedstawia potrzebną dla Cessny 172SP długość pasa startowego, by manewr był możliwy choćby w najwęższym zakresie. Im rzeczywista jego długość bardziej wykracza poza potrzebną w danych warunkach, tym manewru można próbować z większą pewnością w szerszym zakresie wysokości. Pas dłuższy o 300 metrów powinien przeważnie pozwolić na udaną próbę powrotu, aż do wysokości, na której nastąpić ma pierwszy zakręt w czasie normalnego lotu.

Tab.5. Rozbieg i minimalne długości pasa dla C172 S pozwalające na manewr od wysokości h przy danym wietrze oraz jej przyrosty bezwzględne i procentowe

Siła wiatru (m/s)	Rozbieg x_0 (m)	Wymagana długość pasa / ($x_0 + z$) (m)	Δl ($l-l_0$) (m)	$\Delta l/l \times 100\%$
-5	745	2161	542	35%
-4	695	2048	428	28%
-3	650	1942	322	21%
-2	600	1832	212	14%
-1	550	1723	103	7%
0	500	1620	0	0%
1	490	1551	-69	-4%
2	480	1487	-133	-9%
3	470	1423	-197	-13%
4	460	1360	-260	-17%
5	450	1297	-323	-21%
6	440	1235	-385	-25%
7	430	1173	-447	-29%
8	415	1107	-513	-33%
9	405	1046	-574	-37%

10	395	985	-635	-41%
11	385	925	-695	-45%
12	375	865	-755	-49%
13	360	800	-820	-53%
14	350	741	-879	-57%
15	340	682	-938	-61%
16	330	623	-997	-65%
17	320	564	-1056	-68%
18	310	506	-1114	-72%

Ogólnie rzecz biorąc, uzyskane rezultaty zestawione w tabelach dowodzą, że zakładanie bezpiecznej możliwości wykonania powrotu w razie utraty napędu po osiągnięciu konkretnej wysokości na poziom lotniska może być zgubne. W wielu przypadkach bowiem, w szczególności przy operacjach z krótkich pasów startowych poniżej 1500 przyjęty do rozważań wzorcowy samolot jednosilnikowy jakim jest Cessna 172SP nie będzie w stanie wykonać pomyślnie manewru. Należy zwrócić uwagę na fakt zamieszczenia przez producenta w instrukcji użytkownika w locie przy rozszerzonych procedurach awaryjnych uwagi o treści: „dla większości przypadków awarii silnika po starcia właściwym działaniem jest lądowanie na wprost z jedynie małymi zmianami kierunku w celu uniknięcia przeszkód; wysokość i prędkość rzadko są wystarczające na wykonanie zakrętu o 180° w szybowaniu, koniecznego do powrotu na pas startowy”. Niestety nie wyjaśnia ona powodów tego stanu rzeczy. Ponadto brak warunków progowych przy których istniała by taka ewentualność.

Zakończenie

Świadomość mnogości czynników wpływających na możliwość bezpiecznego wykonania procedury nawrotu (osiągi samolotu, masa, technika startu, prędkość przyjętą do wznoszenia, wiatr, długość pasa, gęstość powietrza) powinna wzmocnić czujność przy planowaniu postępowania na wypadek utraty mocy po starcie w samolocie jednosilnikowym. Dokładne zaznajomienie się z bliskim otoczeniem lotniska (możliwości lądowania w terenie przygodnym z prostej, obecność przeszkód, grunt grząski/twardy/równy/nierówny), uproszczona ocena warunków powodzenia manewru (reguła praktyczna powyżej), znajomość optymalnych parametrów zakrętu ($\varphi = 45^\circ$, prędkość $v = 1,1 v_{Szak}$) i parametrów dla swojego samolotu (prędkości dla najlepszego kąta wznoszenia v_x), warunków atmosferycznych (szczególnie wiatru), a także opracowanie i omówienie czynności na wypadek awarii na danych wysokościach w trakcie odprawy przed odlotem, zasadniczo zwiększy szanse na wykonanie takiego manewru i przeżycie w przypadku tak krytycznej sytuacji.

Bibliografia

Abłamowicz A., Nowakowski W., Podstawy mechaniki i aerodynamiki lotu, Warszawa 1980.

Brinkman K., Visser H. G., Optimal turn-back manoeuvre after engine failure in a single engine aircraft during climb out, „Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G Journal of Aerospace Engineering”, 2007, nr 1.

Cessna Aircraft Company, Pilots Operating 2 Handbook And FAA Approved Airplane Flight Manual Skyhawk SP, Cessna Model 172S Nav III Avionics – GFC 700 AFCS, Serials 172S10468, 172S10507, 172S10640 and 172S10656 and On, Wichita, 2007.

Di Donato P.F.A., Atkins E.M., Optimising 6 Steady Turns for Gliding Trajectories, “Journal of Guidance, Control and Dynamics”, 2016, nr 12.

Krawcewicz K., Impossible Turn - kiedy jest możliwy, „Przegląd Lotniczy Aviation Revue”, 2014, nr 6.

Rogers D.F., The Possible ‘Impossible’ Turn, „AIAA Journal of Aircraft”, 1995, nr 32. Strony internetowe

https://edwilliams.org/turnback_seminar_Oct_2008.pdf (dostęp 29.04.2019)

<https://www.wolframalpha.com> (dostęp 01.05.2019)

<http://www.nar-associates.com/technical-flying/j>